3 – تكاليف كلية مرتبطة بالتكاليف المتغيرة غير المتناسبة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

$TC_3 = FC - by^2 + ay$ 3

حيث ان :

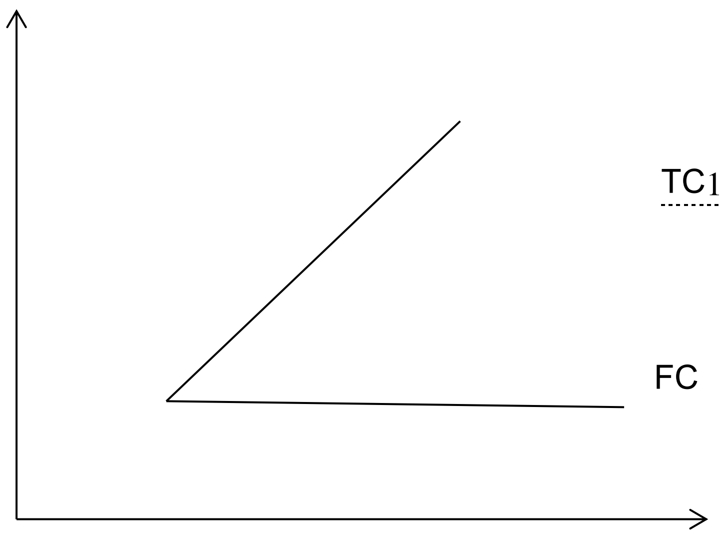
TC_3 : تكاليف كلية مرتبطة بالتكاليف المتغيرة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

$-b$: معامل (نسبة) نمو التكاليف المتغيرة غير المتناسبة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

ويمكن توضيح المعادلات الثلاثة السابقة (1،2،3) باستخدام الرسوم البيانية ، وكما يأتي :

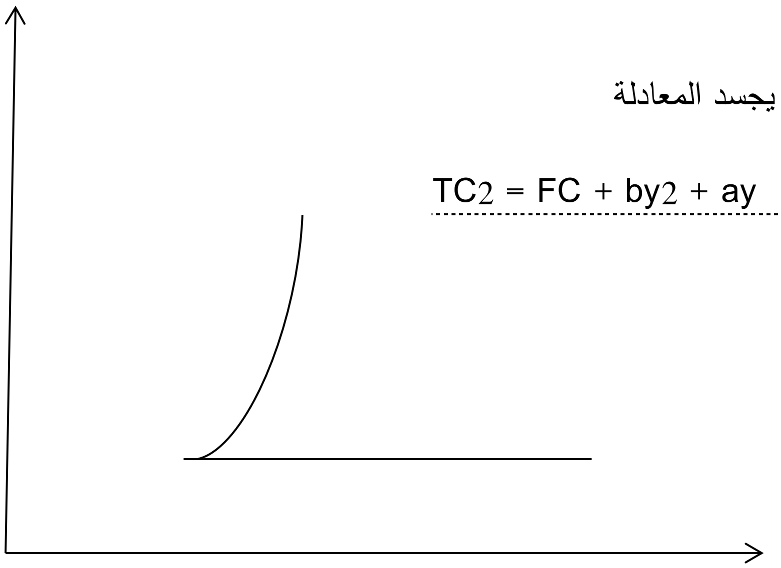
شكل (1) يجسد المعادلة

رقم (1) $TC_1 = FC + ay$



شكل (2) يجسد المعادلة

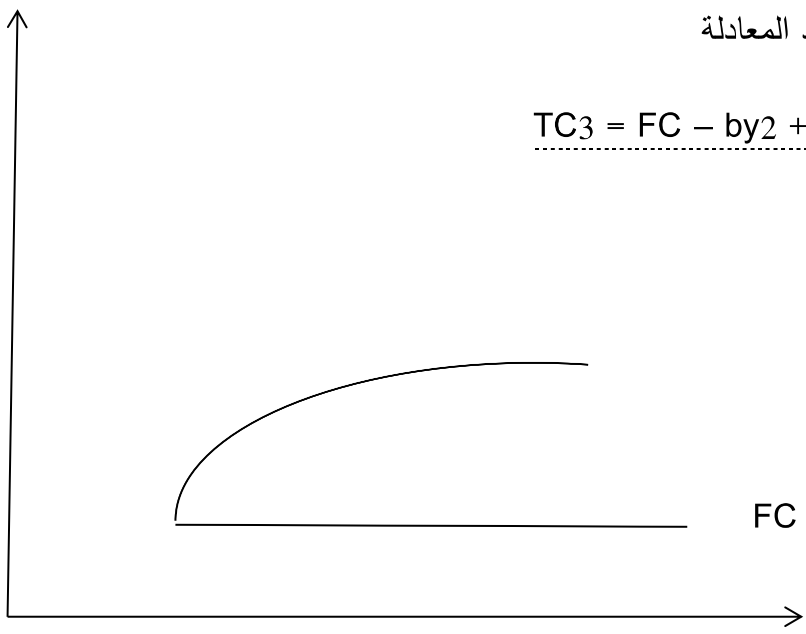
رقم (2) $TC2 = FC + by2 + ay$



التكاليف

شكل (3) يجسد المعادلة

رقم (3) $TC3 = FC - by2 + ay$



حجم الانتاج

ويمكن استخراج متوسط التكاليف لكل معادلة من المعادلات (1) و (2) و (3) السابقة وكما يأتي :

$$ATC1 = \frac{TC1}{y} = \frac{FC+ay}{y}$$

$$ATC1 = \frac{FC}{y} + \frac{ay}{y}$$

$$ATC1 = \frac{FC}{y} + a \ldots\ldots\ldots 1$$

$$ATC2 = \frac{TC2}{y} = \frac{FC+by2+ay}{y}$$

$$ATC2 = \frac{FC}{y} + \frac{by2}{y} + \frac{ay}{y}$$

$$ATC2 = \frac{FC}{y} + by + a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$ATC3 = \frac{TC3}{y} = \frac{FC-by^{2}+ay}{y}$$

$$ATC3 = \frac{FC}{y} - \frac{by2}{y} + \frac{ay}{y}$$

$$ATC3 = \frac{FC}{y} - by + a$$

وبايجاد معادلات الايراد الكلي (TR) يمكن ايجاد معادلة الارباح ، وبالتالي الوصول الى الحجم الامثل للانتاج من خلال اشتقاق معادلة الارباح ، وكما يأتي :-

الايراد الكلي = حجم الانتاج X السعر

TR = P . Y

TR : الايراد الكلي

P : السعر

Y : حجم الانتاج

الارباح = الايراد الكلي – التكاليف الكلية

= TR – TC

: الارباح

TR : ايراد كلي

TC : تكاليف كلية

نشتق المشتقة الاولى لمعادلة الربح .

$$\frac{\mathbf{d\,\pi}}{\mathbf{dy}} = \mathbf{0} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots. \quad \mathbf{1}$$

وعندما تكون المشتقة الاولى مساوية للصفر هذا يعني ان الربح قد وصل الى اعظم حد ممكن max .

وللتأكد من ذلك نقوم بإيجاد المشتقة الثانية لمعادلة الربح والتي يجب ان تكون اصغر من الصفر كشرط رياضي .

$$\frac{d2\,\pi}{d2y} < o$$

مثال (1) : مشروع صناعي يتخصص في انتاج سلعة معينة ، وكانت المعلومات المتوفرة بخصوص اسعار البيع وكلف الانتاج ، وكما يأتي :-

$$P = 500 - 0.05y$$ **معادلة السعر**

$$TC = 200000 + 50y$$ **معادلة التكاليف**

المطلوب :-

تحديد الحجم الامثل للمشروع .

الجواب : - نكتب اولاً معادلة الايراد الكلي .

$$TR = p \,.\, y$$

$$= (500 - 0.05y) * y$$

$$TR = 500y - 0.05y^2$$

نكتب ثانيا معادلة الربح $= TR - TC$

بفتح الاقواس $= (500y - 0.05y^2) - (200000 + 50y)$

$$= 500y - 0.05y^2 - 200000 - 50y$$

نساوي معادلة الربح بالصفر

وبالاختصار $0 = 500y - 0.05y^2 - 200000 - 50y$

معادلة الربح الصفرية الاولى $0 = 450y - 0.05y^2 - 200000$

وبعد اعادة ترتيب المعادلة وتطبيق طريقة الدستور $y = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(450) \pm \sqrt{(450)^2 - 4(-0.05)(-200000)}}{2(-0.05)}$$

$$= \frac{(-450) \pm \sqrt{202500 - 40000}}{-0.1}$$

$$= \frac{(-450) \pm 403.1}{-0.1}$$

$$= \frac{(-450) + 403.1}{-0.1} = 469 \rightarrow y1$$

$$= \frac{(-450) - 403.1}{-0.1} = 8531 \rightarrow y2$$

او الحل بطريقة التجربة نحصل على :-

Y1 = 469 الحد الادنى

Y2 = 8531 الحد الاقصى

لإيجاد الحجم الامثل للمشروع نشتق معادلة الربح الصفرية الاولى ، ثم نقوم بعدها بتصفير المعادلة .

$$\frac{d\pi}{dy} = 450 - 0.1y$$

0 = 450 – 0.1y معادلة الربح الصفرية الثانية

0.1y = 450

Y = $\frac{\mathbf{450}}{\mathbf{0.1}} = 4500 \longleftarrow$ الحجم الامثل للمشروع

للتأكد من ان هذا الحجم يحقق اقصى الارباح ، نجد المشتقة الثانية لمعادلة الربح الصفرية الثانية .

$$\frac{d2\pi}{d2y} = -0.1 < 1$$

بما ان $1 > 0.1 -$

اذن (4500) هي الحجم الامثل للمشروع الذي يحقق اعظم ربح ممكن .